Grundwissen am Ende der 9. Jahrgangsstufe

Wahlpflichtfächergruppe I

- Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen lösen
- Quadratische Gleichungen: Lösungsformel, Bedeutung der Diskriminante, Koordinaten der Schnittpunkte von Funktionsgraphen, Tangentialprobleme
- In der Menge R der reellen Zahlen rechnen
- Definition der Quadratwurzel kennen und anwenden
- Einfache Termumformungen mit Quadratwurzeln
- Graphen und Eigenschaften von quadratischen Funktionen, Scheitelform
- Gleichungen von Parabeln ermitteln, Parameterverfahren
- Flächeninhalte ebener Figuren insbesondere auch mithilfe zweireihiger Determinanten
- Umfang und Flächeninhalt von Kreisen, Mantel- bzw. Oberfläche und Volumen von Prismen, Pyramiden, geraden Kreiszylindern und Kreiskegeln sowie von Kugeln
- Abbildung durch zentrische Streckung anwenden
- Streckenlängen mit dem Vierstreckensatz bestimmen
- Berechnungen mithilfe von Vektoren
- Ähnlichkeit von Dreiecken
- Mithilfe der Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck Streckenlängen berechnen

M 9.1 Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen

Einen Ausdruck der Form

$$\begin{array}{|l} \quad a_1 x + b_1 y = c_1 \\ \wedge\ a_2 x + b_2 y = c_2 \\ \hline \end{array}$$

nennt man **lineares Gleichungssystem**.

Zur Bestimmung der Lösungsmenge bieten sich zwei Verfahren an:

1. Gleichsetzungsverfahren

$$\begin{array}{|l} \quad 2x + y = 4 \\ \wedge\ -3x + y + 1 = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|l} \quad y = -2x + 4 \\ \wedge\ y = 3x - 1 \\ \hline \end{array}$$

Gleichsetzen der Rechtsterme:

$$-2x + 4 = 3x - 1$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 1$$

Einsetzen in Gleichung I:

$$y = -2 \cdot 1 + 4 = 2$$

$$\Rightarrow \quad IL = \{ (1 \mid 2) \}$$

2. Einsetzungsverfahren

$$\begin{array}{|l} \quad 2x - 4y + 10 = 0 \\ \wedge\ 5x - 3y + 11 = 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|l} \quad x = 2y - 5 \\ \wedge\ 5x - 3y + 11 = 0 \\ \hline \end{array}$$

Einsetzen der I. in die II. Gleichung:

$$\begin{aligned} & 5\cdot(2y - 5) - 3y + 11 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 10y - 25 - 3y + 11 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 7y = 14 \\ \Leftrightarrow\ & y = 2 \end{aligned}$$

Einsetzen in Gleichung I:

$$x = 2 \cdot 2 - 5 = -1$$

$$\Rightarrow IL = \{ (-1 \mid 2) \}$$

Aufgaben:

Bestimme die Lösungsmenge folgender linearer Gleichungssysteme und deute das Ergebnis geometrisch.

a) $\begin{array}{|l} \quad 2x - 5y = -9 \\ \wedge\ 7y + 3x - 1 = 0 \\ \hline \end{array}$

c) $\begin{array}{|l} \quad 4x + 1{,}6 = 0{,}8y \\ \wedge\ 4y + 3x + 3{,}5 = 0 \\ \hline \end{array}$

c) $\begin{array}{|l} \quad 5y - 7{,}5 = -2x \\ \wedge\ \frac{1}{2}y = -\frac{1}{5}x + \frac{3}{4} \\ \hline \end{array}$

d) $\begin{array}{|l} \quad \frac{1}{3}x + y = 6 \\ \wedge\ 3y = -x - 12 \\ \hline \end{array}$

M 9.2 Erweiterung des Zahlenbereichs: Die Menge ℝ der reellen Zahlen

Irrationale Zahlen

Irrationale Zahlen sind Zahlen, die sich nicht in Bruchform darstellen lassen (unendlich lange, nicht periodische Dezimalbrüche).

Reelle Zahlen

Die Menge R der **reellen Zahlen** besteht aus den rationalen und den irrationalen Zahlen.
In R gelten die bekannten Rechengesetze.

Wurzeln, Rechenregeln für Wurzeln

$\sqrt{a}$ heißt **„Quadratwurzel aus a"**(kurz: „Wurzel aus a"). Dabei ist a der Radikand.
Die Wurzel ist durch $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$ für $a > 0$ definiert.

Für $a, b \in \mathbb{R}_0^+$ gilt:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$ **(Produktregel)**

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ mit } b \neq 0$$ **(Quotientenregel)**

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = a \cdot \sqrt{b}$$ **(teilweises Radizieren)**

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b} \cdot \sqrt{b} \quad (b \neq 0)$$

$$\frac{a}{\sqrt{b}+c} = \frac{a}{\sqrt{b}+c} \cdot \frac{\sqrt{b}-c}{\sqrt{b}-c} = \frac{a \cdot \sqrt{b} - a \cdot c}{b - c^2}$$

(Nenner rational machen)

Aufgaben:
(Hinweis: Alle vorkommenden Variablen stehen für positive rationale Zahlen)

a) Vereinfache soweit wie möglich: $\sqrt{\frac{3a^2}{4}}$; $\sqrt{\frac{8b^5}{9a^2}}$; $\sqrt{18b^2}$

b) Multipliziere aus und vereinfache: $\left(3b\sqrt{b} - 5\sqrt{c} + 2\sqrt{b^3}\right) \cdot 2\sqrt{b}$; $\left(\sqrt{3a} + 7\sqrt{a}\right) : \sqrt{a}$

c) Mache den Nenner rational und vereinfache: $\frac{6}{\sqrt{3}}$; $\frac{y^2}{\sqrt{y^3}}$; $\frac{3}{1+\sqrt{2}}$; $\frac{24\sqrt{3}}{\sqrt{15}-\sqrt{3}}$; $\frac{a}{\sqrt{3a}-\sqrt{2a}}$;

M 9.3 Quadratische Funktionen

Quadratische Funktionen	Quadratische Funktionen haben Gleichungen der Form $y = ax^2 + bx + c$; $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ Die Graphen sind Parabeln, deren Form und Öffnung von a abhängt $a > 0$ Öffnung nach oben $a < 0$ Öffnung nach unten $\lvert a\rvert < 1$ gestauchte Parabel $\lvert a\rvert = 1$ Normalparabel $\lvert a\rvert > 1$ gestreckte Parabel Jede Parabel besitzt eine Symmetrieachse, diese schneidet die Kurve im Scheitelpunkt S mit $S\left(-\frac{b}{2a} \,\middle\vert\, c - \frac{b^2}{4a}\right)$ Die Gleichung $y = (x - x_S)^2 + y_S$ ist die Scheitelform der Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(x_S \mid y_S)$

Beispiel: Die Funktion f mit $y = 2x^2 - 6x + 1$ ist gegeben. Der Graph ist eine gestreckte nach oben geöffnete Parabel mit dem Scheitel $S\left(-\frac{-6}{2\cdot 2} \,\middle\vert\, 1 - \frac{(-6)^2}{4\cdot 2}\right) = S(1{,}5 \mid -3{,}5)$

$\mathbb{D} = \mathbb{R}$; $\mathbb{W} = \{y \mid y \geq -3{,}5\}$; Scheitelform: $y = 2(x - 1{,}5)^2 - 3{,}5$

Wurzelfunktion:	Die Wurzelfunktion ist die Umkehrung der quadratischen Funktion. Sie besitzt eine Gleichung der Form $y = \sqrt{a(x+b)} + c$ $a, b, c \in \mathbb{R}$; $a(x + b) \geq 0$

Beispiel: f mit $y = -\frac{1}{2}x^2 - 6x + 1$; $S(2 \mid 5) \Rightarrow$ f: $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$

$f^{-1}: x = -\frac{1}{2}(y-2)^2 + 5$; $f^{-1}: -2(x-5) = (y-2)^2$

$f^{-1}: y = \sqrt{-2(x-5)} + 2$

Parabelscharen:	Eine Parabelschar besteht aus Parabeln mit gemeinsamen Eigenschaften. Sie werden durch eine Funktionsgleichung beschrieben, die einen Parameter enthält. Die Scheitelpunkte der Scharparabeln liegen auf einem Trägergraphen.

Beispiel: p(a): $y = x^2 - ax + a + 1$; $S\left(\frac{a}{2} \,\middle\vert\, a + 1 - \frac{a^2}{4}\right)$

Trägergraph p_T der Scheitelpunkte: $x = \frac{a}{2} \wedge y = -\frac{a^2}{4} + a + 1$

$a = 2x \wedge y = -\frac{(2x)^2}{4} + (2x) + 1 \Rightarrow p_T$: $y = -x^2 + 2x + 1$

<u>Aufgabe</u>:

a) Berechne die Scheitelkoordinaten der Parabel p: $y = -2x^2 - 4x + 1$ und zeichne p.

b) Die Parabel p: $y = x^2 + 3x$ wird mit $\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$ verschoben. Ermittle die Gleichung von p'.

c) Gegeben ist die Funktion f mit $y = 0{,}5x^2 + x - 4$. Gib die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1}, sowie Definitions- und Wertemenge von f^{-1} an.

d) Die Parabelschar p(b) mit $y = -x^2 + 2bx - b^2 + b$ ist gegeben. Zeichne die Scharparabeln. für $b \in \{-1; 0; 3\}$ und gib die Gleichung des Trägergraphen der Scheitelpunkte von den Scharparabeln an.

M 9.4 Quadratische Gleichungen und Ungleichungen

Quadratische Gleichung

Eine Gleichung, bei der die Variable im Quadrat vorkommt, heißt **quadratische Gleichung**.

Eine quadratische Gleichung der Form $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ mit $a \neq 0$ kann mit der Lösungsformel gelöst werden.

Es gilt: $\mathbb{L} = \left\{ \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}; \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \right\}$

Mithilfe des Terms **b²−4ac** kann man erkennen, ob die quadratische Gleichung eine, zwei oder keine reelle Lösung hat.
Dieser Term heißt **Diskriminante D**.

D = b². 4ac	**D > 0 .**	**zwei reelle Lösungen**
	D = 0 .	**eine reelle Lösung**
	D < 0 .	**keine reelle Lösung**

Quadratische Ungleichung

Eine Ungleichung der Form $ax^2 + bx + c \lessgtr 0$ mit $a \neq 0$ heißt **quadratische Ungleichung**.

Besteht die Lösungsmenge einer quadratischen Ungleichung aus einem oder zwei Intervallen, so erhält man die **Intervallgrenzen** als Lösungsmenge der zugehörigen quadratischen Gleichung.

Wurzelgleichungen

Gleichungen, bei denen die Variable unter einer Wurzel steht, heißen **Wurzelgleichungen.**

Werden Wurzelgleichungen durch Quadrieren gelöst, ist eine Probebelegung unbedingt notwendig.

Aufgaben:

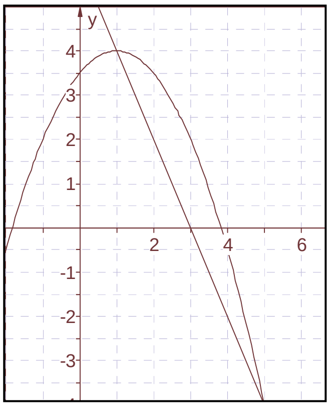
1. Bestimme die Lösungsmenge. G = R.
   a) $x^2 + 8x + 12 = 0$ b) $2x^2 - 8x + 24 = 0$ c) $-1,5x^2 + 3x + 12 = 0$
2. Bestimme $a \in \mathbb{R}$ so, dass die Gleichung genau eine Lösung besitzt. $\mathbb{G} = \mathbb{R}$.
   $x^2 + ax + 2a - 4 = 0$
3. Zeige dass die Gerade g: $y = -x + 0,75$ eine Tangente an die Parabel p: $y = x^2 - 6x + 7$ ist.
4. Die Diagonalenlängen einer Raute unterscheiden sich um 2,5 cm. Berechne die Längen der Diagonalen, wenn der Flächeninhalt 15,75 cm² beträgt.

M 9.5 Systeme mit quadratischen Gleichungen

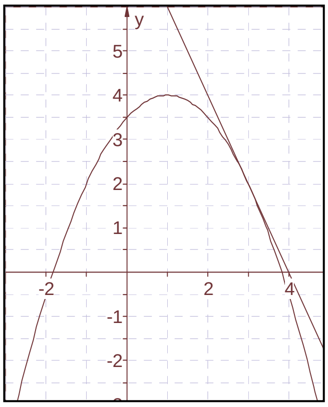
Gleichungssysteme mit quadratischen Gleichungen enthalten mindestens eine Gleichung, deren Variable im Quadrat steht.
Zur rechnerischen Lösung werden das Gleichsetzungs-, Einsetzungs- oder Additionsverfahren genutzt. Dabei ergibt sich gewöhnlich eine quadratische Gleichung. Deren Diskriminante D entscheidet über die Anzahl der Lösungselemente.

Parabel und Gerade

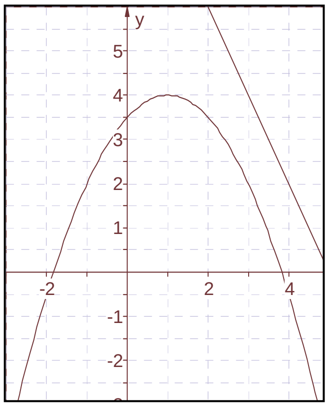
Beim Schnitt einer Parabel mit einer Geraden treten die folgenden Fälle auf:



$D > 0 \rightarrow$ Sekante



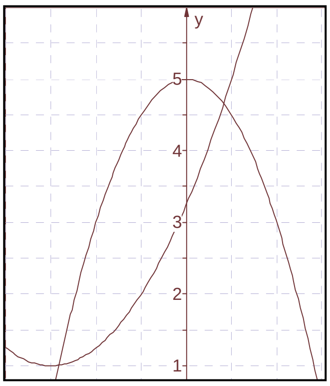
$D = 0 \rightarrow$ Tangente



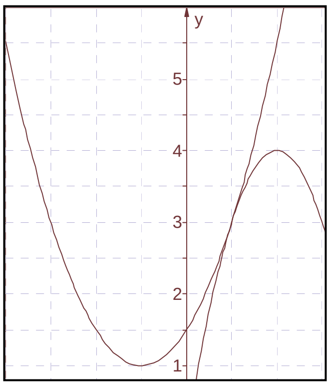
$D < 0 \rightarrow$ Passante

Geraden parallel zur y-Achse des Koordinatensystems haben stets nur einen Schnittpunkt mit der Parabel gemeinsam.

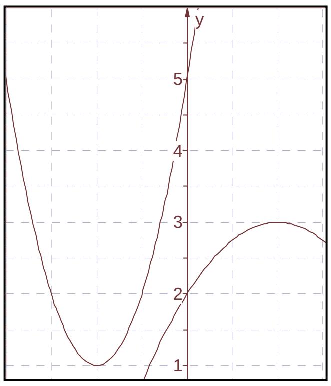
Parabel und Parabel



$D > 0$



$D = 0$



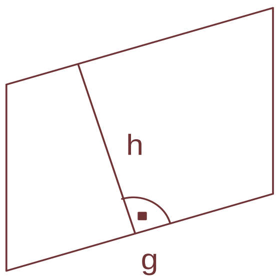
$D < 0$

Aufgaben:

1. Ermittle die Schnittpunktskoordinaten von
   a) $p_1 : y = (x-2)^2 + 1$ und $g_1 : y = x - 1$
   b) $p_2 : y = -x^2 + 2x - 1$ und $p_3 : y = x^2 + 6x + 2$
   c) $p_4 : y = -x^2 + 4x$ und $g_2 : y = 2x + 1$
2. Für welchen Wert des Parameters a liegt eine Tangente vor?
   $p : y = x^2 + 2x + 3$ und $g(a) : y = -x + a$
3. Für welchen Wert des Parameters a berührt die Gerade g die zugehörige Scharparabel?
   $g : y = -2x + 1$ und $p(a) : y = (x - a)^2 - 2a$

M 9.6 Flächeninhalt ebener Vielecke

Parallelogramm:



Der **Flächeninhalt eines Parallelogramms** ist gleich dem Produkt aus einer Seitenlänge und der zugehörigen Höhe.

$A_{Parallelogramm} = g \cdot h$

Im kartesischen Koordinatensystem ist der Flächeninhalt auch der Betrag der **Determinante**, die durch die aufspannenden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gebildet wird.

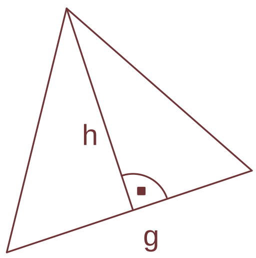
$$A_{Parallelogramm} = \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{vmatrix}$$

Beispiel: Das Parallelogramm ABCD hat die Koordinaten A(–1|1), B(7|–2), D(–3|5).
Berechne die Vektoren (diese müssen vom gleichen Punkt ausgehen):

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 7-(-1) \\ -2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -3-(-1) \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A_{ABCD} = \begin{vmatrix} 8 & -2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} FE = (8 \cdot 4 - (-3) \cdot (-2)) FE = 26\, FE$$

Dreieck:



Der **Flächeninhalt eines Dreiecks** ist gleich dem halben Produkt aus einer Seitenlänge und der zugehörigen Höhe.

$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

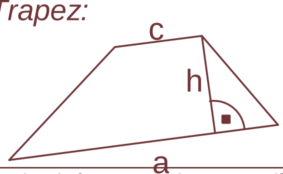
Im kartesischen Koordinatensystem ist der Flächeninhalt auch dem halben Betrag der **Determinante**, die durch die aufspannenden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ gebildet wird.

$$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{vmatrix}$$

Beispiel: Im Dreieck ABC beträgt die Länge der Seite a = 8 cm und der Flächeninhalt A = 36cm². Berechne die Länge der zugehörigen Höhe h_a.

$A = \frac{1}{2}\, a \cdot h_a$; $36cm^2 = \frac{1}{2} \cdot 8cm \cdot h_a \Leftrightarrow h_a = \frac{36cm^2 \cdot 2}{8cm} = 9cm$

Trapez:



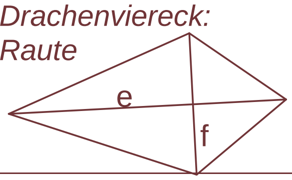
Der **Flächeninhalt eines Trapezes** ist gleich dem halben Produkt aus der Summe der parallelen Grundlinien und der Höhe.

$A_{Trapez} = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$

Beispiel: Die Grundlinien im Trapez ABCD sind 7cm und 4cm lang. Berechne den Flächeninhalt bei einer Höhe von 8,5cm.

$A = \frac{1}{2} \cdot (7cm + 4cm) \cdot 8{,}5cm = 46{,}75cm^2$

Drachenviereck: Raute



Der **Flächeninhalt eines Drachenvierecks** oder einer **Raute** ist gleich dem halben Produkt aus den Längen ihrer Diagonalen.

$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$

Aufgabe:

a) Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD mit g = 7 cm, h = 5 cm.
b) Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD mit A(–1|2), B(6|0), C(5|7). Berechne die Koordinate des Punktes D.
c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC mit A(–1|2), B(6|0), C(5|7).
d) In einem Drachenviereck mit A = 54cm² ist eine Diagonale dreimal so lang wie die andere. Berechne die Längen der beiden Diagonalen.

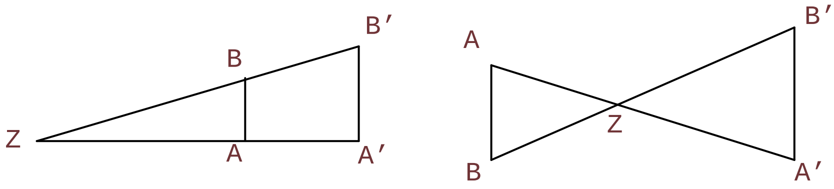
M 9.7 Abbildung durch zentrische Streckung

Abbildungsvorschrift	Bei einer zentrischen Streckung mit Streckungszentrum Z und Streckungsfaktor $k \neq 0$ wird jedem Punkt P ein Bildpunkt P' so zugeordnet, dass gilt: $P' \in$ ZP und $\overline{ZP'} = \lvert k \rvert \cdot \overline{ZP}$

Abbildungseigenschaften	Das Streckungszentrum ist der einzige Fixpunkt. Die zentrische Streckung ist geraden- und winkeltreu. Die zentrische Streckung ist verhältnis- und kreistreu. Ur- und Bildgerade verlaufen parallel.

Vierstreckensätze

$$\frac{\overline{ZA'}}{\overline{ZA}} = \frac{\overline{ZB'}}{\overline{ZB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$



Multiplikation eines Vektors mit einer Zahl

$$k \cdot \vec{a} = k \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_x \\ k \cdot a_y \end{pmatrix}$$

Abbildungsgleichung

$$P(x \mid y) \xrightarrow{Z(x_Z \mid y_Z);k} P'(x' \mid y') \qquad \begin{pmatrix} x' - x_Z \\ y' - y_Z \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} x - x_Z \\ y - y_Z \end{pmatrix}$$

Ähnlichkeitssätze	Dreiecke sind ähnlich, wenn sie	
	- im Verhältnis der Längen der drei Seiten übereinstimmen.	(sss)
	- im Verhältnis der Längen von zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.	(sws)
	- im Verhältnis der Längen von zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren Seite übereinstimmen.	(ssw_g)
	- in zwei Winkeln übereinstimmen.	(ww)

<u>Aufgaben</u>:

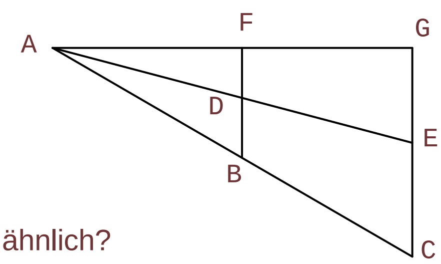
a) $\Delta ABC \xrightarrow{Z;k} \Delta A'B'C'$ mit A(–3|–1), B(2|–2), C(0|6), B'(5|4), C'(x_C|0)
Zeichne die beiden Dreiecke, berechne k und die Koordinaten von C', Z, A'.

b) Beschreibe dem Dreieck ABC von Aufgabe a) ein Quadrat DEFG ein mit $[DE] \subset [AB]$, $F \in [BC]$, $G \in [AC]$.

c) Berechne die Schwerpunktkoordinaten vom Dreieck ABC aus Aufgabe a).

d) $p: y = x^2 - 2x + 3 \xrightarrow{Z(2|5);k=-2} p'$. Berechne die Gleichung von p'.

e) $\overline{AB} = 8\text{cm}$; $\overline{AE} = 15\text{cm}$; $\overline{FG} = 3{,}5\text{cm}$;
$\overline{BF} = 9\text{cm}$; $\overline{CG} = 13{,}5\text{cm}$; $\overline{BC} = x\text{cm}$;
$\overline{AD} = y\text{cm}$; $\overline{AG} = z\text{cm}$; $BF \parallel CG$
Berechne x, y, z.



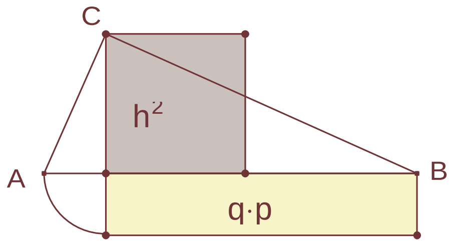
f) Welche der folgenden Dreiecke sind ähnlich?

$\Delta A_1B_1C_1$	$\Delta A_2B_2C_2$	$\Delta A_3B_3C_3$	$\Delta A_4B_4C_4$	$\Delta A_5B_5C_5$	$\Delta A_6B_6C_6$
$a_1 = 6$ cm	$a_2 = 7$ cm	$\alpha_3 = 50°$	$a_4 = 24$ cm	$\beta_5 = 50°$	$a_6 = 3{,}5$cm
$b_1 = 8$ cm	$b_2 = 4$ cm	$\beta_3 = 90°$	$b_4 = 27$ cm	$\gamma_5 = 40°$	$c_6 = 2$ cm
$c_1 = 9$ cm	$\gamma_2 = 70°$		$c_4 = 18$ cm		$\beta_6 = 70°$

M 9.8 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck

rechtwinkliges Dreieck	**Hypotenuse**:	Die Dreiecksseite, die dem rechten Winkel gegenüberliegt.
	Katheten:	Die Dreiecksseiten, die den rechten Winkel bilden.
	Hypotenusen-abschnitte	Die Teilstrecken, in die der Fußpunkt der Höhe die Hypotenuse teilt.

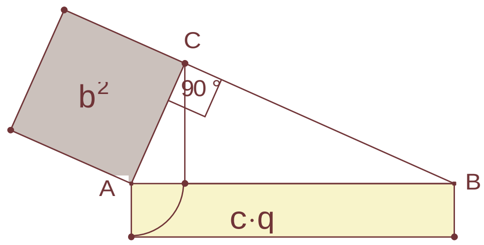
Höhensatz



$h^2 = q \cdot p$

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Rechteck aus den Hypotenusenabschnitten flächengleich zu dem Quadrat über der Dreieckshöhe.

Kathetensätze

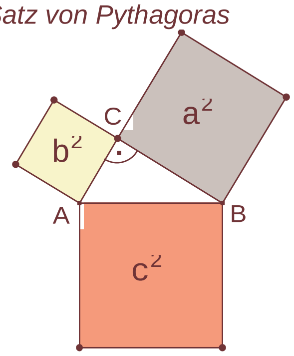


$b^2 = c \cdot q$

$a^2 = c \cdot p$

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über einer Kathete flächengleich zu dem Rechteck, das aus dem an dieser Kathete anliegenden Hypotenusenabschnitt und der Hypotenuse selbst entsteht.

Satz von Pythagoras



$a^2 + b^2 = c^2$

In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.

wichtigeFormeln	Diagonale im Quadrat:	$d = a \cdot \sqrt{2}$
	Höhe im gleichseitigen Dreieck:	$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$
	Betrag eines Vektors $\vec{v}$:	$\vec{v} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
	Entfernung zweier Punkte:	$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

Aufgaben:

a) Das Dreieck ABC ist rechtwinklig bei C mit a = 5cm, b = 7cm (h = 4cm, b = 6cm). Zeichne das Dreieck und berechne c, q, p, h (a, c, q, p)

b) Zeichne das Viereck ABCD mit $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 9\text{cm}$, $\alpha = \delta = 90°$.
Berechne die Längen $\overline{CD}$ und $\overline{BD}$ und den Flächeninhalt vom Viereck.

c) Gegeben ist das Dreieck ABC mit A(–1|2), B(4|0), C(6|5). Überprüfe rechnerisch, ob das Dreieck gleichschenklig, gleichseitig, rechtwinklig ist. Berechne den Umfang.

d) Gegeben sind die Punkte A(3|–1) und B_n(x|0,5x + 2). Berechne $\overline{AB_n}(x)$, $\overline{AB}_{min}$.
Für welchen x-Wert wird die Strecke [AB_n] 10 cm lang?

Lösungen

9I/1 a) $\mathbb{L} = \{((-2|1)\}$; Die beiden Geraden schneiden sich in S(−2|1).

b) $\mathbb{L} = \{(-0{,}5|-0{,}5)\}$; Die beiden Geraden schneiden sich in S(−0,5|−0,5).

c) $\{(x|y)|\ 2x+5y=7{,}5\}$; Die beiden Geraden sind identisch.

d) $\mathbb{L} = \varnothing$; Die beiden Geraden sind zueinander parallel.

9I/2. a) $\sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{3}$; $\sqrt{\frac{8b^5}{9a^2}} = \frac{2b^2}{3a}\sqrt{2b}$; $\sqrt{18b^2} = 3b\sqrt{2}$

b) $\left(3b\sqrt{b} - 5\sqrt{c} + 2\sqrt{b^3}\right) \cdot 2\sqrt{b} = 10b^2 - 10\sqrt{bc}$; $\left(\sqrt{3a} + 7\sqrt{a}\right) : \sqrt{a} = \sqrt{3} + 7$

c) $\frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$; $\frac{y^2}{\sqrt{y^3}} = \sqrt{y}$; $\frac{3}{1+\sqrt{2}} = 3(1-\sqrt{2})$; $\frac{24\sqrt{3}}{\sqrt{15}-\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\sqrt{15}+\sqrt{3})$

$\frac{a}{\sqrt{3a}-\sqrt{2a}} = \sqrt{3a} + \sqrt{2a}$

9I/3 a) S(−1|3) b) p': $y = x^2 - 9x + 16$

c) $f^{-1}: y = \sqrt{2x+9} - 1$; $\mathbb{D}^{-1} = \{x \mid x \geq -4{,}5\}$; $\mathbb{W}^{-1} = \{y|\ y \geqq -1\}$

d) S(b|b); g_T: y = x

9I/4 1.a) $\mathbb{L} = \{-6; -2\}$ b) $\mathbb{L} = \varnothing$ c) $\mathbb{L} = \{-2; 4\}$

2. a = 4

3. $x^2 - 6x + 7 = -x + 0{,}75 \;\Leftrightarrow\; x^2 - 5x + 6{,}25 = 0$
$D = 25 - 4 \cdot 6{,}25 = 0 \;\Rightarrow$ Tangente

4. Die Diagonalen sind 4,5 cm und 7 cm lang.

9I/5 1.a) $S_1(3|2)$; $S_2(2|1)$

b) p_2 und p_3 schneiden sich nicht.

c) p_4 und g_2 berühren sich in B(1|3)

2. a = 0,75

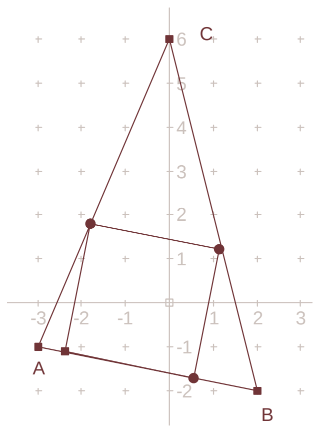
3. Es gibt keinen Wert für a, so dass g Tangente wäre.

9I/6 a) $A = 35\ cm^2$ b) $a = 47\ cm^2$; $D(-2|9)$

c) $A = 23{,}5\ cm^2$ d) $e = 6$ cm; $f = 18$ cm

9I/7 a) $k = -0{,}5$; $C'(6|0)$; $Z(4|2)$; $A'(7{,}5|3{,}5)$

b)

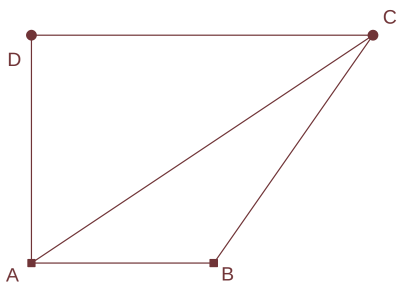


c) $x = 4$; $y = 10$; $z = 10{,}5$

d) $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_4B_4C_4$ (sss)
$\Delta A_3B_3C_3 \sim \Delta A_5B_5C_5$ (ww)
$\Delta A_2B_2C_2 \sim \Delta A_6B_6C_6$ (sws)

9I/8 a) $c = 8{,}6$ cm; $p = 2{,}9$ cm; $q = 5{,}7$ cm; $h = 4{,}07$ cm
($q = 4{,}47$ cm; $p = 3{,}58$ cm; $c = 8{,}05$ cm; $a = 5{,}37$ cm)

b) $\overline{CD} = 8{,}6cm$; $\overline{BD} = 6{,}40cm$



c) $\overline{AB} = \sqrt{29}cm = 5{,}39cm$; $\overline{BC} = \sqrt{29}cm = 5{,}39cm$; $\overline{AC} = \sqrt{58}cm = 7{,}62cm$
Das Dreieck ABC ist gleichschenklig und rechtwinklig.
Umfang u = 18,39cm

d) $\overline{AB}(x) = \sqrt{1{,}25x^2 - 3x + 18}cm$; $\overline{AB}_{min} = 4{,}02cm$ für $x = 1{,}2$
$\overline{AB} = 10$ cm für $x = -7$ oder $x = 9{,}39$